JAWABAN Fisika OSK 2013

1- Jawab:

a) $\vec{v}(t) = v_x(t)\hat{\imath} + v_y(t)\hat{\jmath}$

pada saat t = 2 s, $v_x(2) = 3(2)^2 - 4(2) + 5 = 9\ m/s$

$v_y(2) = 30\ m/s$

sehingga $\vec{v}(2) = 9\hat{\imath} + 30\hat{\jmath}$ m/s (**nilai 1**)

pada saat t = 4 s, $v_x(4) = 3(4)^2 - 4(4) + 5 = 37\ m/s$

$v_y(4) = 45\ m/s$ (dg persamaan garis)

sehingga $\vec{v}(4) = 37\hat{\imath} + 45\hat{\jmath}$ m/s (**nilai 1**)

b) $\vec{a}(t) = a_x(t)\hat{\imath} + a_y(t)\hat{\jmath}$

pada saat t = 4 s, $a_x(4) = \frac{dv_x}{dt} = 6t - 4 = 6(4) - 4 = 20$ m/s^2 (**nilai 1**)

$a_y(4) = \frac{dv_y}{dt} = 15$ m/s^2 (kemiringan) (**nilai 1**)

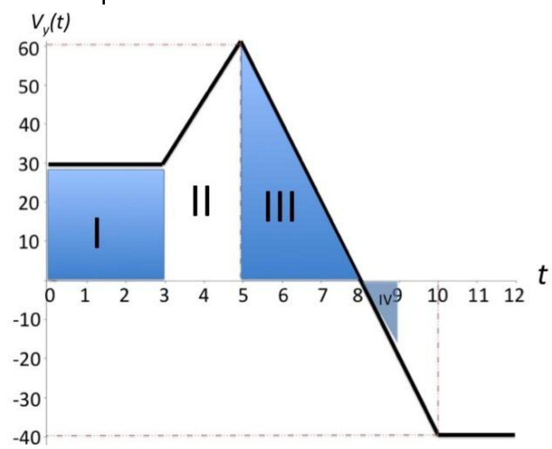
sehingga $\vec{a}(4) = 20\hat{\imath} + 15\hat{\jmath}$ m/s^2 (**nilai 1**)

c) $\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath}$

$$x(t) = \int v_x dt = \int (3t^2 - 4t + 5)dt = t^3 - 2t^2 + 5t + x(0)$$

$$x(9) = (9)^3 - 2(9)^2 + 5(9) + 74 = 200\ m$$ (**nilai 1**)

$y(t)$ adalah luas permukaan di bawah kurva



cari koordinat pada t = 9 detik bisa dengan persamaan garis:

$$\frac{v_y - 60}{-40-60} = \frac{t-5}{10-5}$$

Sehingga $v_y = -20t + 160$

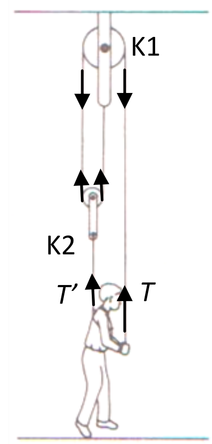
untuk t = 9 detik maka $v_y(9) = -20(9) + 160 = -20$ m/det

Luas Daerah (A)= A_I +A_II+A_III - A_IV= 90+0.5(30+60)*2 + (3*60)/2- (1*20)/2

Sehingga luas daerahnya = 90 + 90 + 90 – 10 = 260 (**nilai 2**)

$$x(9) = luas\ total + 40 = 300\ m$$ (**nilai 1**)

sehingga: $\vec{r}(t) = 200\hat{\imath} + 300\hat{\jmath}$ m (**nilai 1**)



2- Sebut saja gaya tegang pada tali yang ditarik oleh tangan orang tersebut adalah T. Maka tegangan tali di sepanjang tali tersebut baik yang melalui katrol K1 maupun K2 adalah sama yaitu T (karena kedua katrol dianggap ringan dan licin). (**nilai 2**)

Jadi gaya tegang tali pada katrol K2 yang menahan beban orang tersebut adalah:

$2T = T'$ (**nilai 2**)

Maka gaya tegang tali total yang menahan beban orang tersebut adalah:

$T_t = T' + T = 2T + T = 3T = 600$ N

Jadi besarnya gaya yang harus diberikan orang tersebut adalah:

$F = T = 200$ N (**nilai 2**)

Untuk gambar Gaya-gaya yang bekerja, **nilai 2**

3- Jawab:

a. Hukum kekekalan momentum sudut: $mv_0L = I\omega = \frac{1}{3}ML^2\omega$ (**nilai 2**)

Jumlah kalor akibat tumbukan tepat sesaat setelah tumbukan:

$$Q = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv_0^2\left(1 - \frac{3m}{M}\right) \neq 0$$ (**nilai 1,5**)

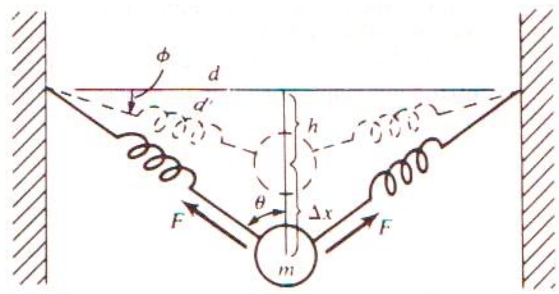
Karena $Q \neq 0$, maka secara umum tumbukannya adalah **TIDAK-elastik** (**nilai 1,5**)

b. Untuk kasus ini cukup dilihat pusat massanya saja,

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv_0^2\left(1 - \frac{3m}{M}\right) = Mgh \qquad \textbf{(nilai 3)}$$

Sehingga: $$h = \frac{mv_0^2}{2Mg}\left(1 - \frac{3m}{M}\right) \qquad \textbf{(nilai 2)}$$

4- a- Kriteria agar terjadi Gerak Harmonik Sederhana (GHS) adalah adanya gaya pulih yang besarnya sebanding dengan simpangan dari titik setimbangnya. (**nilai 2**)



Karena pengaruh gaya gerak dari massa *m*, maka kondisi setimbang sistim pegas tersebut terjadi pada saat pegas memanjang menjadi $d' = \sqrt{d^2 + h^2}$ (lihat gambar). (**nilai 1**)

Jika massa *m* disimpangkan sejauh Δx dibawah titik setimbangnya (Δx sangat kecil dibandingkan dengan *h* dan *d'*), maka gaya pada masing-masing pegas:

$$F = k\left(\sqrt{d^2 + (h+\Delta x)^2} - d'\right) \qquad \textbf{(nilai 2)}$$

Jadi gaya pulih pada benda m:

$$F_{pulih} = -2F\cos\theta = -2k\left(\sqrt{d^2 + (h+\Delta x)^2} - d'\right)\frac{h+\Delta x}{\sqrt{d^2 + (h+\Delta x)^2}}$$

$$= -2kh\left(1 + \frac{\Delta x}{h}\right)\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2h(\Delta x) + (\Delta x)^2}{d'^2}}}\right] \qquad \textbf{(nilai 5)}$$

$$\approx -2kh\left(1 + \frac{\Delta x}{h}\right)\left[\frac{1}{2}\frac{2h(\Delta x) + (\Delta x)^2}{d'^2}\right]$$

$$\approx -2\frac{kh^2}{d'^2}(\Delta x) = -\left(2k\sin^2\phi\right)\Delta x$$

Di dalamnya kita gunakan ekspansi binomial Newton: $(1+u)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{2}u + \ldots$

b- Dari persamaan terakhir kita dapatkan persamaan GHS:

$$F_{pulih} + 2k\sin^2\phi\,\Delta x = 0$$ (**nilai 2**)

Jadi frekuensi osilasinya: $\omega = \sqrt{\frac{k_{eff}}{m}} = \sqrt{\frac{2k}{m}}\sin\phi$ (**nilai 3**)

5- Solusi

Perubahan momentum $\Delta p = m(v+u)$. (**nilai 1**)

Akibatnya terjad Impuls $J = m(v+u)$ yang berkerja pada jarak $h-r$, (**nilai 2**)

sehingga terjadi perubahan momentum angular $\Delta L = m(v+u)(h-r)$. (**nilai 2**)

Kecepatan sudut bola mula-mula $\omega_o = u/r$,

maka momentum sudutnya $L_o = I\,u/r$, setelah tumbukkan $L = I\,v/r$ (**nilai 2**)

→ Perubahan momentum sudut $\Delta L = I\frac{(u+v)}{r}$ (**nilai 1**)

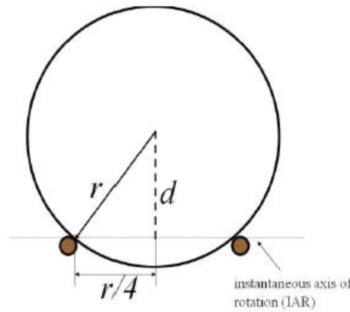
Maka $m(v+u)(h-r) = I\frac{(u+v)}{r}$, akibatnya $r(h-r) = \frac{I}{m} = \frac{2r^2}{5}$ (**nilai 2**)

Sehingga diperoleh persamaan $\frac{7r^2}{5} - hr = 0$ atau $h = \frac{7r}{5}$ (**nilai 2**)

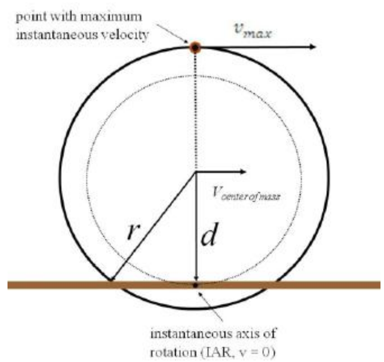
6- Solusi :

a- Garis yang menghubungkan kedua rel adalah sumbu rotasi sesaat (lihat gambar tampak depan)

Kita akan menghitung nilai *d*.



Tampak depan (**nilai: 1**)



Tampak samping (**nilai: 1**)

Dengan menggunakan dalil phytagoras, diperoleh :

$$\left(\frac{r}{4}\right)^2 + d^2 = r^2$$ (**nilai: 1,5**)

Dari persamaan di atas diperoleh nilai *d* :

$$d = \frac{\sqrt{15}}{4} r$$ (**nilai: 1,5**)

Titik yang memiliki kecepatan sesaat maksimum pada bola adalah titik yang berjarak terjauh dari sumbu rotasi sesaat. Titik ini adalah titik puncak bola. (**nilai: 2**) b- Kita dapat menulis hubungan antara kecepatan pusat massa dan kecepatan sudut ω terhadap sumbu rotasi sesaat :

$$v = d\omega$$ (**nilai: 1**)

Dengan menggunakan dua persamaan sebelumnya, diperoleh kecepatan sudut :

$$\omega = \frac{4v}{\sqrt{15}\, r}$$ (**nilai: 2,5**)

Titik dengan kecepatan sesaat maksimum memiliki kecepatan sudut yang sama dengan pusat massa. Kita dapat menghitung kecepatan titik dengan kecepatan maksimum sebagai:

$$v_{\max} = \omega(r+d)$$ (**nilai: 2**)

Sehingga kecepatan maksimum nya menjadi :

$$v_{\max} = \left(\frac{15+4\sqrt{15}}{15}\right)v$$ (**nilai: 2,5**)

7- Jawaban:

a- Gunakan hukum kekekalan energi mekanik (tinjau hanya pusat massa bola)

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = Mg\left(R-r\right) \qquad (1)$$ (**nilai 1**)

dimana $I = I_0 + m\left(R-r\right)^2$ dan dimana I_0 adalah momen inersia bola terhadap pusat massanya. (**nilai 1**)

Karena menggelinding tanpa slip berarti: $v = \omega r$ (**nilai 1**)

Substitusikan semua persamaan diatas kedalam pers (1), sehingga diperoleh:

$$v = \sqrt{\frac{2g\left(R-r\right)}{1+\frac{I}{mr^2}}}$$ (**nilai 3**)

b- Gunakan hukum 2 Newton untuk torsi:

i) Untuk bola yang menggelinding terdapat gaya gesek statis f_s, sehingga torsi terhadap pusat bola adalah $f_s\, r = I_0\, \ddot{\varphi}$ (**nilai 1**)

ii) Untuk torsi terhadap titik pusat permukaan bola

$$f_s\, R - mg\left(R-r\right)\sin\theta = I\ddot{\theta}$$ (**nilai 2**)

dan berlaku kendala $\varphi r = \theta\left(R-r\right)$ sehingga akan diperoleh: (**nilai 1**)

$$-mg\left(R-r\right)\sin\theta = \hat{I}\ddot{\theta}$$ (**nilai 1,5**)

dimana $\hat{I} = I_0\left(1+\frac{R}{r}-\frac{R^2}{r^2}\right)+mr^2$. (**nilai 1,5**)

Untuk sudut ϑ kecil akan dapat diperoleh periode

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\hat{I}}{mg\left(R-r\right)}}$$ (**nilai 2**)

8- Karena tidak ada torka eksternal sekitar sumbu pusat, **momentum sudut system konstan**. Momentum sudut awal system nol karena lokomotif dan lintasan dalam keadaan diam.

(**nilai 1**)

Kecepatan sudut akhir dari lintasan adalah $\omega_{T,f}$. Dalam gambar di atas lokomotif berotasi dalam arah berlawanan arah jarum jam sehingga lintasan harus berotasi searah jarum jam. Jika kita memilih arah sumbu z positif ke keluar bidang kertas maka momentum sudut akhir lintasan diberikan oleh:

$$\vec{L}_{T,f} = -I_{T,z}\omega_{T,f}\hat{k} = -m_T R^2\omega_{T,f}\hat{k}$$ (1) (**nilai 1**)

Lokomotif bergerak tangensial terhadap tanah sehingga kita dapat memilih koordinat polar dan kemudian kecepatan akhir lokomotif relative terhadap tanah adalah

$$\vec{v}_{L,f} = v_f\hat{\theta}.$$ (2) (**nilai 1**)

Titik pada tepi lintasan memiliki kecepatan akhir:

$$\vec{v}_{T,f} = -R\omega_{T,f}\hat{\theta}$$ (3) (**nilai 1**)

Oleh karena itu kecepatan relative $\vec{v}_{rel} = v\hat{\theta}$ dari lokomotif ke lintasan diberikan oleh selisih dari kecepatan lokomotif dan titik pada tepi lintasan.

$$\begin{aligned}\vec{v}_{rel} = \vec{v}_{L,f} - \vec{v}_{T,f} &= v_f\hat{\theta} - \left(-R\omega_{T,f}\hat{\theta}\right) \\ &= \left(v_f + R\omega_{T,f}\right)\hat{\theta} = v\hat{\theta}.\end{aligned} \qquad (4) \qquad (\textbf{nilai 2})$$

Oleh karena itu:

$$v = v_f + R\omega_{T,f} \qquad (5) \qquad (\textbf{nilai 1})$$

Maka

$$\omega_{T,f} = \frac{v - v_f}{R} \qquad (6) \qquad (\textbf{nilai 1})$$

Momentum sudut akhir lokomotif terhadap pusat lingkaran yang dibentuk oleh lintasan ketika ia bergerak dengan kecepatan v_f, relative terhadap lantar adalah

$$\vec{L}_{L,f} = m_L R v_f \hat{k} \qquad (7) \qquad (\textbf{nilai 1})$$

Karena momentum sudut system konstan maka:

$$\vec{0} = \vec{L}_{T,f} + \vec{L}_{L,f} = \left(-m_T R^2 \omega_{T,f} + m_L R v_f\right)\hat{k} \qquad (8) \qquad (\textbf{nilai 2})$$

Sekarang substitusi pers. (6) ke dalam komponen sumbu z dari persamaan di atas menghasilkan

$$0 = -m_T R\left(v - v_f\right) + m_L R v_f \qquad (9) \qquad (\textbf{nilai 2})$$

Dari pers. (9) diperoleh kecepatan akhir lomotif relative terhadap lantai:

$$\therefore \quad v_f = \frac{m_T}{m_T + m_L} v \qquad (10) \qquad (\textbf{nilai 2})$$